

Reytaniacka Liga Zadaniowa – marzec 2019

Zad. 1.

Czy istnieje co najmniej 5-elementowy zbiór okręgów na płaszczyźnie, taki, że każde trzy okręgi ze zbioru mają punkt wspólny, ale nie istnieje punkt wspólny wszystkich okręgów ze zbioru?

Zad. 2.

Czy można zaplanować 30 połączeń telefonicznych (każde pomiędzy jednym z 10 chłopców i jedną z 10 dziewczyn) w taki sposób, żeby żadna para nie rozmawiała ze sobą dwukrotnie oraz aby w każdej czwórce złożonej z dwóch chłopców i dwóch dziewczyn istniały dwie osoby różnej płci, które ze sobą nie rozmawiały.

Zad. 3.

Na bokach trójkąta ABC zbudowano na zewnątrz prostokąty $ABB''A'$, $BCC''B'$ i $CAA'''C'$. Wykaż, że wówczas symetralne odcinków $A''A'$, $B''B'$ i $C''C'$ przecinają się w jednym punkcie.

Zad. 4.

Wykaż, że istnieje nieskończenie wiele trójek (x,y,z) dodatnich liczb całkowitych spełniających równanie

$$x(y-z)+y(z-x)=6.$$