

*IX REYTANIACKA LIGA ZADANIOWA*  
*IV seria (1 stycznia-21 stycznia 2019)*

1. Wewnątrz kwadratu ABCD wybrano taki punkt P, że  $|AP| = |AB|$  oraz  $|\angle CPD| = 90^\circ$ . Wykazać, że  $|DP| = 2 \cdot |CP|$ .

2. Smok ma 2000 głów. Rycerz może ściąć jednym cięciem miecza 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 głowę. Smokowi dorastają wówczas odpowiednio 48, 0, 14 lub 349 głów. Smok zostanie zabity, jeśli wszystkie głowy będą ścięte. Czy rycerz może zabić smoka? Odpowiedź uzasadnić.

3. Liczby całkowite  $a, b, c$  spełniają warunek  $a + b + c = bc$ . Udowodnić, że liczba  $(a + b)(a + c)$  jest podzielna przez 4.

4. Liczba  $a$  jest najmniejszym dodatnim rozwiązaniem równania  $\sin x \cdot \sin 3x = \frac{1}{2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , zaś  $b = \cos \frac{2}{7}\pi + \cos \frac{4}{7}\pi + \cos \frac{6}{7}\pi$ .  
Zbadaj, ile liczb całkowitych należy do przedziału  $(10b; 120a)$ .

*Rozwiązania podpisane imieniem, nazwiskiem i klasą należy dostarczyć do sekretariatu liceum najpóźniej **21 stycznia 2019 (poniedziałek)**. Uczestnikami ligi mogą być tylko uczniowie VI LO im. T. Reytana.*